

**Санкт-Петербургское государственное бюджетное профессиональное
образовательное учреждение
«Академия управления городской средой, градостроительства и печати»**

УТВЕРЖДАЮ
Заместитель директора
по учебно-методической работе
О.В.Фомичева
«26» декабря 2025 г.

**МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ
ПО ПЛАНИРОВАНИЮ И ОРГАНИЗАЦИИ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ
РАБОТЫ СТУДЕНТОВ**

***ОП.03 «ТЕОРИЯ ВЕРОЯТНОСТЕЙ И МАТЕМАТИЧЕСКАЯ
СТАТИСТИКА»***

**специальности 09.02.13 Интеграция решений с применением технологий
искусственного интеллекта**

Форма обучения -очная

**Санкт-Петербург
2025**

Разработчик: Ипатова С.В./Оболенская Е.Г., методисты СПб ГБПОУ АУГСГиП

Одобрены на заседании цикловой комиссии
Общетехнических дисциплин и компьютерных технологий
Протокол № 4
От 09.12.2025 г.
Председатель цикловой комиссии:
Шурухина И.Е.

В рамках программы учебной дисциплины обучающимися осваиваются умения и знания

формируемые ПК, ОК, ЛР	Умения	Знания
ОК 01-02 ПК 1.1 ЛР10-11	<ul style="list-style-type: none"> – Применять стандартные методы и модели к решению вероятностных и статистических задач – Использовать расчётные формулы, таблицы, графики при решении статистических задач – Применять современные пакеты прикладных программ многомерного статистического анализа 	<ul style="list-style-type: none"> – Элементы комбинаторики. – Понятие случайного события, классическое определение вероятности, вычисление вероятностей событий с использованием элементов комбинаторики, геометрическую вероятность. – Алгебру событий, теоремы умножения и сложения вероятностей, формулу полной вероятности. – Схему и формулу Бернулли, приближенные формулы в схеме Бернулли. Формулу (теорему) Байеса. – Понятия случайной величины, дискретной случайной величины, ее распределение и характеристики, непрерывной случайной величины, ее распределение и характеристики. – Законы распределения непрерывных случайных величин. – Центральную предельную теорему, выборочный метод математической статистики, характеристики выборки. – Понятие вероятности и частоты

ОК 01. Выбирать способы решения задач профессиональной деятельности применительно к различным контекстам.

ОК 02. Использовать современные средства поиска, анализа и интерпретации информации и информационные технологии для выполнения задач профессиональной деятельности.

ПК 1.1. Формировать алгоритмы разработки программных модулей в соответствии с техническим заданием.

СОДЕРЖАНИЕ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ

Раздел 1 Основы теории вероятностей

Тема 1.1 Элементы комбинаторики

1.1.1 Работа с конспектом

Подготовка теоретического материала конспекта по данной теме.

1.1.2 Творческая работа (подготовка рефератов и докладов по темам)

Темы рефератов и докладов:

«Практическое применение задач комбинаторики»

«Задачи комбинаторики в программировании»

1.1.3 Выполнение индивидуальных заданий (решение практических задач на применение формул комбинаторики)

Цели работы:

- закрепить теоретические знания по теме комбинаторика;
- закрепить навыки решения задач на применение формул комбинаторики;

Индивидуальные задания:

Задание 1. Решите задачи.

1. Маша на свой день рождения пригласила в гости трех лучших подруг - Дашу, Глашу и Наташу. Когда все собрались, то по случаю дня рождения Маши решили обняться - каждая пара по одному разу. Сколько получилось разных пар?
2. На пустую шашечную доску надо поместить две шашки разного цвета. Сколько различных положений могут они занимать на доске?
3. Сколько способов разместить две ладьи на шахматной доске, так, чтобы каждая из них не смогла побить вторую?
4. В ящике лежат 70 шаров: 20 красных, 20 синих, 20 желтых, остальные черные и белые. Какое наименьшее число шаров надо взять, не видя их, чтобы среди них было не меньше 10 шаров одного цвета?
5. На международную конференцию приехали 10 делегатов, не понимающих языка друг друга. Какое минимальное число переводчиков потребуется для обслуживания конференции при условии, что каждый переводчик знает только два языка?
6. Перед нами 10 закрытых замков и 10 похожих ключей к ним. К каждому замку подходит только один ключ, но ключи смешались. Возьмем один из замков, назовем его первым и попробуем открыть его каждым из 10 ключей. В лучшем случае он откроется первым же ключом, а в худшем - только десятым. Сколько нужно в худшем случае произвести проб, чтобы определить какой ключ от какого замка?
7. В магазине "Все для чая" есть 5 разных чашек и 3 разных блюдца. Сколькими способами можно купить чашку с блюдцем?
8. Четверо студентов сдают экзамен. Сколькими способами могут быть поставлены им оценки, если известно, что никто из них не получил неудовлетворительную оценку?
9. Сколькими способами из девяти книг можно отобрать четыре, так, чтобы определенная книга не входила в их число?

10. На собрании должны выступить 5 человек: А, Б, В, Г и Д. Сколькими способами можно расположить их в списке ораторов при условии, что А должен выступать непосредственно перед Д?
11. В колоде 36 карт. Наудачу вынимают 3 карты. Каково число всех возможных комбинаций? Сколько троек содержит, по крайней мере, один туз? Сколько троек содержат только один туз?
12. В рекламного агентства имеется 19 агентов и четыре менеджера. Сколькими способами можно составить бригаду, состоящую из трех агентов и одного менеджера?
13. Сколько вариантов команды можно создать из 5 нападающих, 7 защитников и 4 вратарей, если команда состоит из 3 нападающих, 2 защитников и одного вратаря?
14. На пять сотрудников выделены три путевки. Сколькими способами их можно распределить, если:
 - а) все путевки различны;
 - б) все путевки одинаковы?

Задание 2. Решите задачи, составив таблицы.

1. Алфавит племени Мумбо-Юмбо состоит из букв А, Б, В, Г. Словом является любая последовательность из возможных 4 букв (буквы могут повторяться). Сколько слов в языке племени Мумбо-Юмбо.
2. Из города А в город В можно добраться по железной дороге, на автобусе по шоссе и на катере по реке. Из города В в город С ведет железная дорога, шоссейная трасса, проселочная дорога, а также курсирует катер. Сколькими способами можно добраться из А в С?
3. Сколько четных двузначных чисел можно записать с помощью цифр 0, 1, 2, 4, 5, 9?

Задание 3. Решите задачи, построив дерево возможных вариантов.

1. Из четырех тузов поочередно выбирают два.
 - а) в скольких случаях среди выбранных будет бубновый туз?
 - б) в скольких случаях вторым выбранным тузом будет туз пик?
 - в) в скольких случаях тузы будут разного цвета?
2. Сколько различных трехзначных чисел можно записать при помощи цифр 1, 2, 3, 4, если цифры в числе не могут повторяться?
3. В коридоре висит 3 лампочки. Сколько имеется различных способов освещения коридора?

Тема 1.2 Классическое определение вероятности

1.2.1 Работа с конспектом

Подготовка теоретического материала конспекта по данной теме.

1.2.2 Творческая работа (подготовка рефератов и докладов по темам)

Темы рефератов и докладов:

«Практическое применение задач на случайные события»

«Примеры случайных, достоверных и невыполнимых событий»

Тема 1.3 Алгебра событий

1.3.1 Работа с конспектом

Подготовка теоретического материала конспекта по данной теме.

1.3.2 Творческая работа (подготовка рефератов и докладов по темам)

Темы рефератов и докладов:

«Как определить расчётную формулу задачи?»

«Применение формул комбинаторики при решении задач на определение вероятности»

Тема 1.4 Схема Бернулли

1.4.1 Работа с конспектом

Подготовка теоретического материала конспекта по данной теме.

1.4.2 Творческая работа (подготовка рефератов и докладов по темам)

Темы рефератов и докладов:

«Практическое применение схемы Бернулли в программировании»

«Задачи на применение формулы Бернулли»

Раздел 2 Случайные величины

Тема 2.1 Дискретная случайная величина

2.1.1 Работа с конспектом

Подготовка теоретического материала конспекта по данной теме.

2.1.2 Творческая работа (подготовка рефератов и докладов по темам)

Темы рефератов и докладов:

«Статистически независимые случайные события и их вероятности»

«Априорные и апостериорные вероятности»

«Всё о функции распределения случайной величины»

«Биномиальное распределение и его свойства»

Тема 2.2 Непрерывная случайная величина

2.2.1 Работа с конспектом

Подготовка теоретического материала конспекта по данной теме.

2.2.2 Творческая работа (подготовка рефератов и докладов по темам)

Темы рефератов и докладов:

«Всё о функции распределения случайной величины»

«Распределения и их свойства»

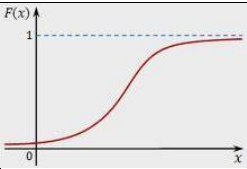
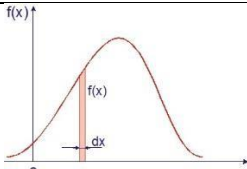
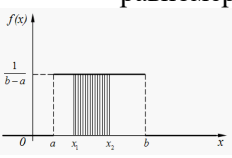
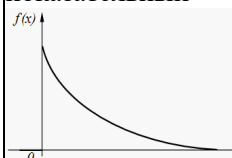
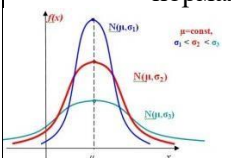
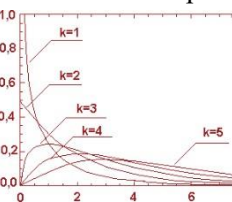
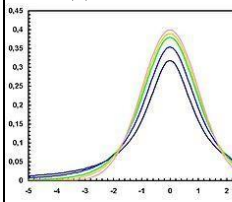
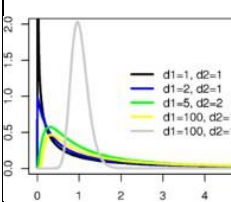
2.2.3 Выполнение индивидуальных заданий (решение практических задач) Цели работы:

- закрепить теоретические знания по теме непрерывная случайная величина;
- подбирать закон распределения исходя из экспериментальных данных;
- применять основные законы распределения и их свойства;

Индивидуальные задания:

1. Изучите краткие теоретические сведения и примеры выполнения:

НЕПРЕРЫВНАЯ СЛУЧАЙНАЯ ВЕЛИЧИНА

Основные понятия и формулы		
Форма задания закона распределения		
Функция распределения (интегральная функция распределения) Плотность распределения вероятностей (дифференциальная функция)		
Квантиль порядка p	$P(X < x_p) = p = F(x_p)$	
Основные законы распределения		
равномерный	показательный	нормальный
		
Пирсона	Стьюдента	Фишера
		

Непрерывная случайная величина – это случайная величина, значения которой целиком заполняют некоторый интервал. Например, время безотказной работы прибора, длина обработанной детали, процентная ставка дохода по инвестициям. Так как невозможно перебрать все возможные значения непрерывной случайной величины, то ее задают с помощью функции распределения или плотности распределения вероятностей.

Форма задания закона распределения

Функцией распределения вероятностей $F(x)$ случайной величины X в точке x называется вероятность того, что в результате опыта случайная величина примет значение, меньше, чем x , т.е. $F(x) = P\{X < x\}$. Рассмотрим свойства функции $F(x)$:

1. $F(-\infty) = \lim_{x \rightarrow -\infty} F(x) = 0$. Событие $(X < -\infty)$ - невозможное событие: $F(-\infty) = P\{X < -\infty\} = 0$.
2. $F(\infty) = \lim_{x \rightarrow \infty} F(x) = 1$. Событие $X < \infty$ - достоверное событие: $F(\infty) = P\{X < \infty\} = 1$.
3. $P\{A \leq X < B\} = F(B) - F(A)$. Вероятность того, что случайная величина примет значение из интервала $[A; B]$ равна приращению функции распределения на этом интервале.
4. $F(x_2) \geq F(x_1)$, если $x_2 > x_1$, т.е. функция распределения вероятностей является неубывающей функцией.

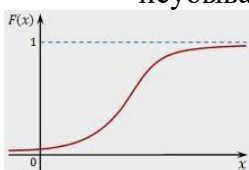


Рис. 1. Функция распределения

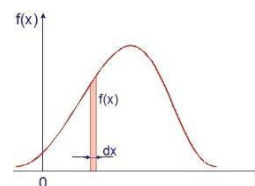


Рис. 2. Плотность распределения вероятностей

Из формулы $P\{A \leq X < B\} = F(B) - F(A)$ следует, что вероятность попадания случайной величины в заданный интервал определяется скоростью изменения функции распределения вероятностей на этом интервале. Скорость изменения непрерывной функции равна ее производной. Это позволяет ввести новую функцию для задания случайной величины. Рассмотрим снова вероятность попадания случайной величины в интервал $[x; x + \Delta x]$:

$P\{x \leq X < x + \Delta x\} = F(x + \Delta x) - F(x)$. Пусть X - непрерывная случайная величина. Тогда для малых значений Δx эта вероятность будет также достаточно малой. Поделим ее на Δx и перейдем к пределу при $\Delta x \rightarrow 0$:

$$\lim_{\Delta x \rightarrow 0} (P\{x \leq X < x + \Delta x\} / \Delta x) = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} (F(x + \Delta x) - F(x)) / \Delta x.$$

Если этот предел существует, то он равен производной от функции распределения $F(x)$:

$$\lim_{\Delta x \rightarrow 0} (F(x + \Delta x) - F(x)) / \Delta x = F'(x) = f(x).$$

Функция $f(x)$ называется **плотностью распределения вероятностей** случайной величины X (дифференциальной функцией). Рассмотрим свойства плотности распределения:

1. $f(x) \geq 0$, так как функция $F(x)$ является неубывающей функцией.

2. $\int_{-\infty}^x f(t) dt = F(x)$ по определению $f(x) = F'(x)$.

3. Вероятность попадания случайной величины в заданный интервал $[A; B]$ равна:

$P\{A \leq X < B\} = \int_A^B f(x) dx$. Геометрически это означает, что вероятность попадания случайной величины X в интервал $[A; B]$ равна площади криволинейной трапеции, ограниченной функцией $f(x)$, осью x и прямыми $x=A$ и $x=B$.

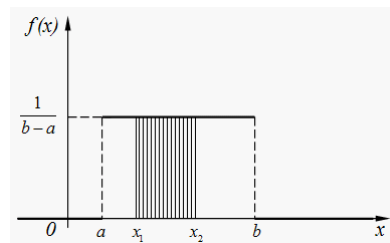
4. $\int_{-\infty}^{+\infty} f(x) dx = 1$. Условие нормировки вероятностей часто используется для определения неизвестного параметра закона распределения.

Основные законы распределения

Равномерный закон распределения. Непрерывная случайная величина X имеет равномерный закон распределения на отрезке $[a, b]$, если ее плотность вероятности постоянна на этом отрезке и равна нулю вне его, т.е.

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{b-a}, & \text{при } a \leq x \leq b, \\ 0, & \text{при } x < a, x > b. \end{cases}$$

$$\frac{a+b}{2} = M(X) = \frac{(b-a)^2}{12} = D(X) = \frac{\beta - \alpha}{b-a} = P(\alpha < X < \beta) = \dots$$



Примеры случайных величин, имеющих равномерное распределение – время ожидания автобуса, ошибка при взвешивании, измерении. Случайная величина X , распределенная по равномерному закону на отрезке $[0, 1]$ называется случайным числом от 0 до 1. Она служит исходным материалом для получения случайных величин с любым законом распределения. Равномерный закон распределения используется при анализе ошибок округления при проведении числовых расчетов, в ряде задач массового обслуживания, при статистическом моделировании наблюдений, подчиненных заданному распределению.

Пример 1. Измерения проводят линейкой с ценой деления 1 мм. Показания измерений округляют до ближайшего целого значения. а) Найти вероятность того, что при отсчете будет сделана ошибка, превышающая 0,1 мм. б) Найти математическое ожидание, дисперсию и среднее квадратичное отклонение случайной величины X , равномерно распределенной в интервале $[0; 1]$.

а) $P(0,1 < X < 0,9) = (0,9 - 0,1) / (1 - 0) = 0,8$, т.е. 80%.

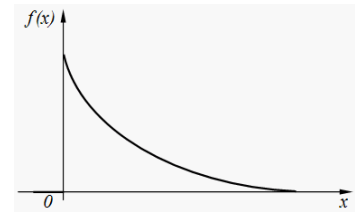
б) $MX = (0 + 1) / 2 = 0,5$; $DX = (1 - 0)^2 / 12 = 0,08$ и $\sigma(X) = 0,29$.

Показательный (экспоненциальный) закон распределения. Непрерывная случайная величина X имеет показательный (экспоненциальный) закон распределения с параметром $\lambda > 0$, если ее плотность вероятности имеет вид:

$$f(x) = \begin{cases} \lambda e^{-\lambda x}, & \text{при } x \geq 0, \\ 0, & \text{при } x < 0. \end{cases}$$

$$M(X) = \frac{1}{\lambda} \quad D(X) = \frac{1}{\lambda^2}$$

$$P(\alpha < X < \beta) = e^{-\lambda\alpha} - e^{-\lambda\beta}$$



Примеры случайных величин, имеющих показательное распределение – период времени работы прибора между поломками, затраты времени на обслуживание одного станка. Показательный закон распределения играет большую роль в теории массового обслуживания и теории надежности. При этом λ - среднее число событий (отказов), происходящих на единицу времени. Длина промежутка t , между произвольными двумя соседними событиями, подчиняется показательному закону: $P(T < t) = F(t) = 1 - e^{-\lambda t}$. В свою очередь функция $R(t) = e^{-\lambda t}$ называется функцией надежности.

Мастер функций пакета Excel содержит среди статистических функций функции случайной величины, распределенной по показательному (экспоненциальному) закону с параметром λ : $f(x) = \text{ЭКСПРАСП}(x; \lambda; 0)$ и $F(x) = \text{ЭКСПРАСП}(x; \lambda; 1)$.

Пример 2. Длительность времени безотказной работы элемента имеет показательное распределение с параметром $\lambda = 0,01$. Найти вероятность того, что за время длительностью 50 часов: а) элемент откажет; б) элемент не откажет.

а) $P(0 < X < 50) = e^{-0,01 \cdot 0} - e^{-0,01 \cdot 50} = 1 - 0,607 = 0,393$, т.е. с вероятностью 39,3% элемент откажет за период времени 50 часов.

б) $1 - 0,393 = 0,607$, т.е. с вероятностью 60,7% элемент не откажет.

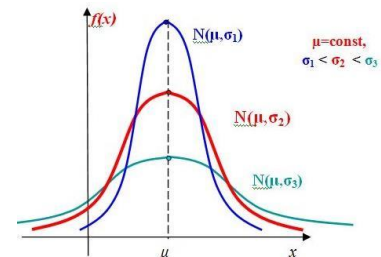
Нормальный закон распределения. Непрерывная случайная величина X имеет нормальный закон распределения с параметрами μ и σ^2 , если ее плотность вероятности имеет вид:

$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}$$

$$M(X) = \mu \quad D(X) = \sigma^2$$

$$P(\alpha \leq X \leq \beta) = \Phi\left(\frac{\beta - \mu}{\sigma}\right) - \Phi\left(\frac{\alpha - \mu}{\sigma}\right)$$

Обозначение: $X \sim N(\mu; \sigma^2)$



Нормальный закон распределения с параметрами $\mu = 0, \sigma^2 = 1$, т.е. $N(0; 1)$, называется *стандартным* или *нормированным*.

Функция распределения нормально распределенной случайной величины имеет вид:

$$F(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^x e^{-\frac{(t-\mu)^2}{2\sigma^2}} dt$$

Вероятность попадания случайной величины X , распределенной по нормальному закону, в интервал $[\alpha; \beta]$, равна: $P(\alpha \leq X \leq \beta) = \Phi\left(\frac{\beta - \mu}{\sigma}\right) - \Phi\left(\frac{\alpha - \mu}{\sigma}\right)$, где $\Phi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_0^x e^{-\frac{t^2}{2}} dt$ – функция Лапласа. Функция Лапласа нечетная: $\Phi(-x) = -\Phi(x)$, ее значения затабулированы и приводятся в Приложении 2.

Вероятность попадания случайной величины в интервал, симметричный относительно математического ожидания μ :

$$P(|X - \mu| \leq \Delta) = 2\Phi\left(\frac{\Delta}{\sigma}\right)$$

Если $\Delta = 3\sigma$, то $P(|X - \mu| \leq 3\sigma) = 2\Phi(3) = 0,9973$. Отсюда следует правило "трех сигм": если $X \sim N(\mu; \sigma^2)$, то практически достоверно, что значения случайной величины X заключены в интервале $(\mu - 3\sigma; \mu + 3\sigma)$.

Нормальное распределение возникает всегда, когда на величину влияет большое количество случайных факторов (и ни один из них не является доминирующим). Нормальный

закон распределения занимает центральное место в теории и практике вероятностно-статистических методов. Он является предельным законом, к которому приближаются многие другие законы распределения.

Мастер функций пакета Excel содержит среди статистических функций функции случайной величины, распределенной по нормальному закону с параметрами μ и σ : $f(x) = \text{НОРМРАСП}(x; \mu; \sigma; 0)$ и $F(x) = \text{НОРМРАСП}(x; \mu; \sigma; 1)$.

Пример 3. Случайная величина X распределена нормально с параметрами $\mu=8$ и $\sigma=3$. Найти вероятность того, что случайная величина попадет в интервал $[12,5; 14]$.

$$P(12,5 < X < 14) = \Phi\left(\frac{14-8}{3}\right) - \Phi\left(\frac{12,5-8}{3}\right) = \Phi(1,67) - \Phi(1,5) = 0,4772 - 0,4332 = 0,0440, \text{ т.е. с вероятностью}$$

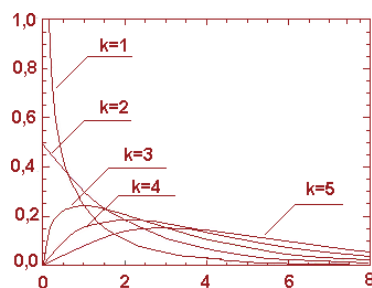
4,4% случайная величина попадет в заданный интервал.

Распределение хи-квадрат (χ^2). Распределением Пирсона или хи-квадрат (χ^2) с k степенями свободы называется распределение суммы квадратов k независимых случайных величин, распределенных по стандартному нормальному закону.

Пусть X_1, \dots, X_k – совместно независимые стандартные нормальные случайные величины, т.е. $X_i \sim N(0; 1)$, тогда случайная величина $Y = X_1^2 + \dots + X_k^2$ имеет распределение хи-квадрат с k степенями свободы.

$$M(Y) = k \quad D(Y) = 2k$$

Обозначение: $\chi^2(k)$



Распределение χ^2 затабулировано и представлено в таблице Приложения 5. Распределение χ^2 зависит от одного параметра k – числа степеней свободы. С возрастанием k распределение χ^2 приближается к нормальному закону распределения (при $k \geq 30$ распределение χ^2 практически не отличается от нормального). В математической статистике распределение хи-квадрат используется для построения интервальных оценок и статистических критериев.

Распределение Стьюдента (t-распределение).

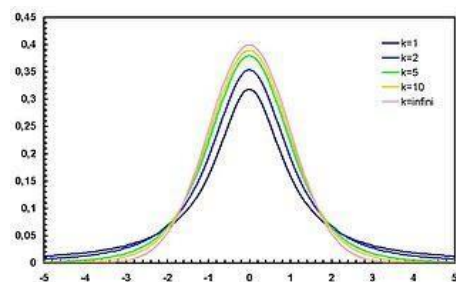
Пусть X_0, X_1, \dots, X_k – независимые стандартные нормальные случайные величины, такие, что $X_i \sim N(0; 1), i = \overline{1, k}$. Тогда распределение случайной величины t :

$$t = \frac{X_0}{\sqrt{\frac{1}{k} \sum_{i=1}^k X_i^2}} = \frac{X_0}{\sqrt{\frac{1}{k} Y}}$$

называется распределением Стьюдента с k степенями свободы, $Y \sim \chi^2(k)$.

$$M(t) = 0, k > 1 \quad D(t) = \frac{k}{k-2}, k > 2$$

Обозначение: $t \sim t(k)$.



Распределение Стьюдента затабулировано и представлено в таблице Приложения 6. Распределение Стьюдента сходится к стандартному нормальному при $k \rightarrow \infty$. Распределение Стьюдента применяется в статистике для построения доверительных интервалов и тестирования гипотез, касающихся неизвестного среднего статистической выборки из нормального распределения.

Распределение Фишера (Фишера-Снедекора).

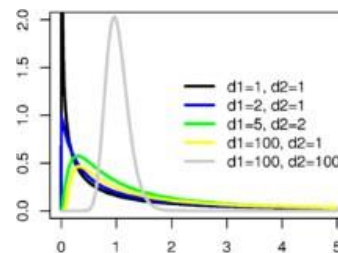
Пусть Y_1, Y_2 – независимые случайные величины, имеющие распределение хи-квадрат со степенями свободы m и n соответственно: $Y_1 \sim \chi^2(m)$, $Y_2 \sim \chi^2(n)$. Тогда распределение случайной величины

$$F = \frac{Y_1/m}{Y_2/n} = \frac{nY_1}{mY_2}$$

называется распределением Фишера со степенями свободы m и n .

$$M(F) = \frac{n}{n-2}, n > 2$$

Обозначение: $F \sim F(m; n)$



Распределение Фишера затабулировано и представлено в таблице Приложения 7 (или расширенной таблице Фишера-Снедекора). Распределение Фишера используют при проверке гипотез об адекватности модели в регрессионном анализе, о равенстве дисперсий и др.

На практике распределения Пирсона, Стьюдента и Фишера используют, как правило, не в виде зависимостей, а находя квантили, соответствующие заданной вероятности.

Пример 4. Случайная величина распределена по закону Пирсона (хи-квадрат) с числом степеней свободы равным 20.

Найти интервал, в который случайная величина попадает с вероятностью 0,95.

Примем, что заштрихованные области равны между собой (см. рис. 4), т.е. $P(\chi^2 < \chi^2_1) = 0,025$ и $P(\chi^2 > \chi^2_2) = 0,025$.

Для правой границы $P(\chi^2 > \chi^2_2) = 0,025$. По Приложению 5 находим $\chi^2_{0,025;20} = 34,2$.

Для левой границы $P(\chi^2 < \chi^2_1) = 1 - P(\chi^2 > \chi^2_1) = 1 - 0,025 = 0,975$. По Приложению 5 находим $\chi^2_{0,975;20} = 9,59$.

Следовательно, значение случайной величины, распределенной по закону χ^2 с числом степеней свободы $k = 20$, с вероятностью 0,95 принадлежит интервалу $[9,59; 34,2]$.

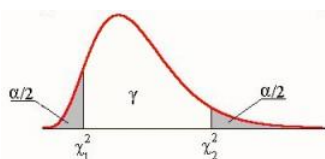


Рис. 4. Определение квантилей распределения хи-квадрат.

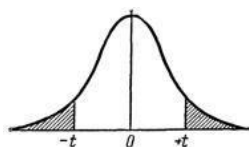


Рис. 5. Определение квантилей распределения Стьюдента.

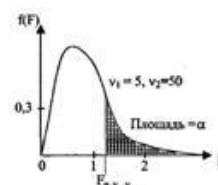


Рис. 6. Определение квантилей распределения Фишера.

Пример 5. Случайная величина X распределена по закону Стьюдента с числом степеней свободы равным 30.

Найти симметричный интервал, в который случайная величина попадает с вероятностью 0,98.

$P(-x < t < x) = P(|t| < x) = 0,98$ и $P(x < -t) = P(x > t) = (1-0,98) / 2 = 0,01$ (см. рис. 5).

По Приложению 6 для двусторонней области находим $x = t_{0,01;30} = 2,75$. Следовательно, значение случайной величины, распределенной по закону Стьюдента с числом степеней свободы $k = 30$, с вероятностью 0,98 принадлежит интервалу $[-2,75; 2,75]$.

Пример 6. Случайная величина X распределена по закону Фишера с числом степеней свободы $m = 10$ и $n = 12$.

Найти значение квантиля уровня 0,99 (см. рис. 6).

$P(F > x) = 1 - 0,99 = 0,01$. По Приложению 7 находим $x = F_{0,01;10;12} = 4,30$. Следовательно, квантиль уровня 0,99 случайной величины, распределенной по закону Фишера с числом степеней свободы $m = 10$ и $n = 12$, равен значению 4,30.

Мастер функций пакета Excel содержит среди статистических функций функции случайной величины, распределенной по законам:

- Распределение Пирсона: функция ХИ2РАСП(x ; степени __ свободы) рассчитывает χ^2 -распределение для значения x . Функция ХИ2ОБР(вероятность; степени __ свободы) рассчитывает по вероятности значение χ^2 .
- ХИ2РАСП(5,57; 10) = 0,85 и ХИ2ОБР(0,85; 10) = 5,57.
- Распределение Стьюдента: функция СТЬЮДРАСП(x ; степени __ свободы; 1) рассчитывает одностороннее t -распределение для значения x , функция СТЬЮДРАСП(x ; степени __ свободы; 2) рассчитывает двустороннее t -распределение. Функция

СТЮДРАСПОБР(вероятность; степени _свободы) рассчитывает по вероятности значение t .
 $СТЮДРАСП(2,78; 4; 2) = 0,05$ и $СТЮДРАСПОБР(0,05; 4) = 2,78$.

- Распределение Фишера: функция ФРАСП(x ; степени _свободы1; степени _свободы2) рассчитывает F-распределение для значения x . Функция ФРАСПОБР(вероятность; степени свободы1; степени _свободы2) рассчитывает по вероятности значение F .
- $ФРАСП(9,55; 2; 3) = 0,05$ и $ФРАСПОБР(0,05; 2; 3) = 9,55$.

2. Решите задачи:

Задача 1. Случайная величина X распределена по закону Симпсона (закону равнобедренного треугольника) на интервале от $[-1; +1]$. Определить неизвестный параметр a , записать и нарисовать дифференциальную функцию распределения, если в закон имеет вид:

$ax + a$, при $-1 \leq x \leq 0$;

$f(x) = \{-ax + a$, при $0 < x \leq 1$; 0 , при $x <$

-1 и $x > 1$.

Задача 2. Цена деления шкалы амперметра равна $0,1$ А. Показания амперметра округляют до ближайшего целого деления.

а) Выбрать вид распределения случайной величины X - показаний прибора.

б) Найти вероятность того, что при отсчете будет сделана ошибка, превышающая $0,02$ А;

в) Найти основные числовые характеристики случайной величины X , используя свойства распределения.

Задача 3. Испытывают два независимо работающих элемента. Длительность времени безотказной работы первого элемента имеет показательное распределение с параметром $\lambda = 0,02$, второго элемента с параметром $\lambda = 0,05$. Найти вероятность того, что за время длительностью $t = 6$ ч :

а) оба элемента откажут;

б) оба элемента не откажут;

в) только один элемент откажет; г)

хотя бы один элемент откажет.

Задача 4. Случайная величина X распределена нормально. Математическое ожидание и среднее квадратичное отклонение этой величины соответственно равны 6 и 2. Найти вероятность того, что в результате испытания X примет значение, заключенное в интервале $[4, 8]$.

Задача 5. Вычислить вероятность того, что отклонение нормально распределенной случайной величины X по абсолютной величине меньше заданного положительного числа Δ для вариантов: $\Delta = \sigma$, $\Delta = 2\sigma$, $\Delta = 3\sigma$.

Задача 6. Производится измерение диаметра вала (без систематических ошибок). Случайные ошибки измерения X подчинены нормальному закону со средним квадратичным отклонением 10 мм. Найти вероятность того, что измерение будет произведено с ошибкой, не превосходящей по абсолютной величине 15 мм.

Задача 7. Прогноз экспертов относительно величины банковской процентной ставки в будущем году подчиняется нормальному распределению с параметрами $\mu = 10\%$ годовых и $\sigma = 2\%$ годовых. Определить вероятность того, что в будущем году банковская процентная ставка превысит 15% годовых.

Раздел 3 Основы математической статистики

Тема 3.1 Выборочный метод математической статистики

3.1.1 Работа с конспектом

Подготовка теоретического материала конспекта по данной теме.

3.1.2 Выполнение индивидуальных заданий (решение практических задач)

Цели работы:

- закрепить теоретические знания по теме выборочный метод математической статистики;
- закрепить навыки решения задач по данной теме;

Индивидуальные задания:

1. Изучите теоретический материал.

В математической статистике рассматривают две основных задачи:

- 1) Первая задача состоит в том, чтобы указать способы сбора и группировки статистических сведений, полученных в результате наблюдений или в результате поставленных экспериментов
- 2) Состоит в разработке методов анализа статистических данных в зависимости от целей исследования. Сюда относятся:

- а) оценка неизвестной вероятности события; оценка параметров распределения, вид которого неизвестен; оценка зависимой случайной величины от одной или нескольких случайных величин
- б) проверка статистических гипотез о виде неизвестного распределения или о величине параметров распределения, вид которого неизвестен.

Изучение тех или иных явлений методами математической статистики служат решению многих вопросов, выдвигаемых наукой и практикой правильная организация технологического процесса наиболее целесообразное планирование и прочее.

И так, основная задача математической статистики состоит в создании методов сбора и обработки статистических данных для получения научных и практических выводов.

2. Генеральная и выборочная совокупность.

Совокупность всех объектов, подчинённых данному признаку, называется **генеральной совокупностью**. Число таких объектов называется **объёмом генеральной совокупности**.

Пусть требуется изучить совокупность однородных объектов относительно некоторых качественных или количественных признаков, характеризующие эти объекты. Например, если имеется партия деталей, то качественными признаками может служить стандартность деталей, а количественным - контролируемый размер детали.

Обычно из всей совокупности отбирают ограниченное число объектов, которое изучают такую случайно отобранную совокупность, называют **выборочной совокупностью** или **выборкой**.

Выборка, достаточно хорошо описывающая всю генеральную совокупность, называется **репрезентативной**. Для того, чтобы по данным выборки можно было достаточно уверенно судить об интересующем нас признаке, необходимо, чтобы объекты выборки правильно его представляли, т. е. выборка должна быть репрезентативной (представительной).

Для получение репрезентативной выборки необходимо, чтобы все отображённые элементы имеют одинаковую вероятность попасть в выборку. В случае большого объёма генеральной совокупности используют таблицу случайных чисел. Например, чтобы выразить 20 объектов из пронумерованной генеральной совокупности можно записать 20 случайных чисел.

Элементы x_1, x_2, \dots, x_n случайно попавшие в выборку называются вариантами, а их кол-во n – объем выборки. Отобранные элементы располагают в порядке возрастания. Такая последовательность называется вариационным рядом.

Разность между максимальным и минимальными элементами называется **размахом выборки**.

Среди n -элементов выборки могут быть встречаться повторяющиеся.

Например $x_1 - n_1$ раз, $x_2 - n_2$ раз; $x_n - n_n$ раз. Числа n_1, n_2, n_n называются частотами вариант.

Расположенное в порядке возрастания вариант последовательность пар чисел, составленная из вариант и их частот $(x_1; n_1), (x_2; n_2)$ называется статистическим рядом или статистическим распределением. При этом пользуются табличной записью:

x_i	x_1	x_2
n_i	n_1	n_2

Пример: записать вариационный ряд и статистическое распределение выборки из числа учебных дней в году, пропущенных по болезни студентами. Определить размах выборки:

5,0,3,7,0,1,0,5,0,5,2,10,2,0,7,2,4,7,7,4

1) Найдем объем выборки: $n=20$

2) Запишем вариационный ряд:

0,0,0,0,0,2,2,2,3,4,4,5,5,5,7,7,7,7,10,10

3) Запишем статистическое распределение:

x_i	0	2	3	4	5	7	10
n_i	5	3	1	2	3	4	2

4) Определим размах выборки: $Z=10-0=10$

При большом объеме выборки для упрощения ее вычисления ее элементы объединяют в ряды, представляя в выборку в виде группированного статистического ряда. Для этого все содержащиеся элементы разбивают на k интервалов равной длины.

Графические представления статистической совокупности.

Полигон и гистограмма.

В целях наглядности строят различные графики статистического распределения. Они позволяют лучше представить характер распределения элементов выборки, а иногда и сделать предположения о законе распределения генеральной совокупности.

Основные понятия.

Ряд распределения – это ряд чисел, в котором значение изучаемого признака (варианта) расположены в определенном порядке. Либо в порядке возрастания, либо в порядке убывания. Наряду с вариантами ряд распределений включают в частоты (величины, показывающие сколько раз каждая из вариантов встречаются в данной совокупности). Сумма частот равна объему совокупности. Таким образом, ряд распределения состоит из вариант и частот.

В зависимости от прерывности и непрерывности варьирующего признака ряды распределения удобно представлять в виде двух разновидностей: **дискретного и вариационного (интервальных)**

Дискретный ряд представляет собой ряд прерывных чисел. Например: распределение семей по числу членов.

При непрерывной вариации распределением признака называется интервальным. Например: распределение совхозов области по % выполнению плана.

Пусть из генеральной совокупности извлечена выборка. Наблюдаемые значения x_i называют вариантами, n_i – числа наблюдения частотами, $n = \sum n_i$ – объем выборки, отношения частот к объему выборки называется **относительными частотами** $w_i = \frac{n_i}{n}$

Пример. Составить распределения относительных частот, если задано распределение частот выборки объема.

$n=20$

x_i	2	6	12
n_i	3	10	7

Решение. Найдём относительные частоты.

x_i	2	6	12
w_i	0,15	0,5	0,35

$$w_1 = n_1/n = 3/20; \quad w_2 = 10/20; \quad w_3 = 7/20$$

$$0,15 + 0,5 + 0,35 = 1.$$

Сумма относительных частот равна единице.

В целях наглядности строят различные графики *полигон* и *гистограмма*.

Определение 1.

Полигоном частот называется ломаная линия вершиной, которой являются точки $(x_1, n_1), (x_2, n_2) \dots (x_k, n_k)$ определяемые элементами статистического ряда.

Для его построения по оси абсцисс откладывают варианты

x_i , а по оси ординат соответствующая им частота n_i . Построенные точки соединяют отрезками прямых.

Определение 2.

Гистограммой частот называется ступенчатая фигура составленная из прямоугольников построенных на интервалах так что площадь каждого прямоугольника численно равна частоте варианты расположенной в середине \bar{x} интервала. То есть площадь гистограммы частот равна объему выборки

Пример.

Построить полигон и гистограмму частот.

Дано время недельной загрузки электрических духовых шкафов 50-ти обследованных предприятий общественного питания в часах.

38	60	41	51	33	42	45	21	53	60
60	52	47	46	49	49	14	57	54	59
77	47	28	48	58	32	42	58	61	30
61	35	47	72	41	45	44	56	30	40
67	65	39	48	43	60	54	42	59	50

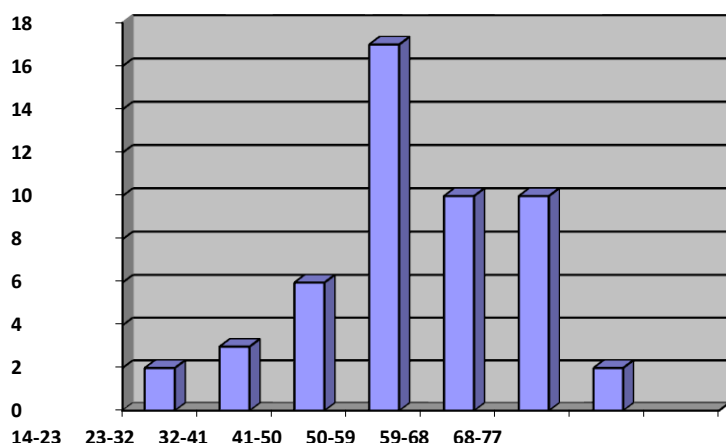
Разобьем ряд распределения на 7 интервалов, определим размах выборки.

$$77 - 14 = 63$$

Найдем длину интервала. $h = 63/7 = 9$

	Границы интервалов	Середина интервалов	x_i
1	14-23	18,5	2
2	23-32	27,5	3
3	32-41	36,5	6
4	41-50	45,5	17
5	50-59	54,5	10
6	59-68	63,5	10
7	68-77	72,5	2

Чтобы построить гистограмму найдём относительные частоты.



2. Выполните задание.

По данным таблицы 1 определить по каждой семье месячный доход на одного члена семьи, постройте интервальный ряд распределения по данному показателю образовав семь равных интервалов, постройте гистограмму, а также полигон частоты.

Шаблон выполнения задания

1. Вначале необходимо определить месячный доход на одного человека в каждой семье, так как в таблице 1 он указан на всю семью сразу, для этого необходимо всю сумму денег разделить на количество членов семьи.

2. Затем необходимо найти длину интервала H

длина интервала находится по формуле $H = (X_{\max} - X_{\min}) / 7$,

где X_{\max} это максимальный доход на 1 человека, а X_{\min} минимальный, 7 – количество интервалов.

3. Данные заносятся в таблицу 2:

№	Месячный доход.	Средний Доход.	частота	$N1/n$
1				
2				
3				
4				
5				
6				
7				

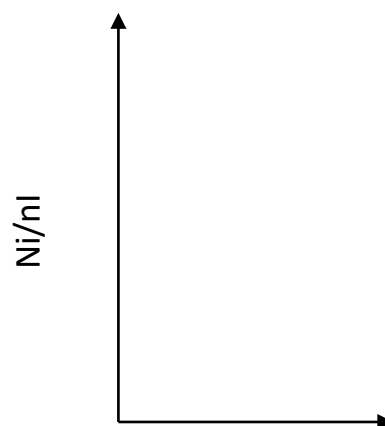
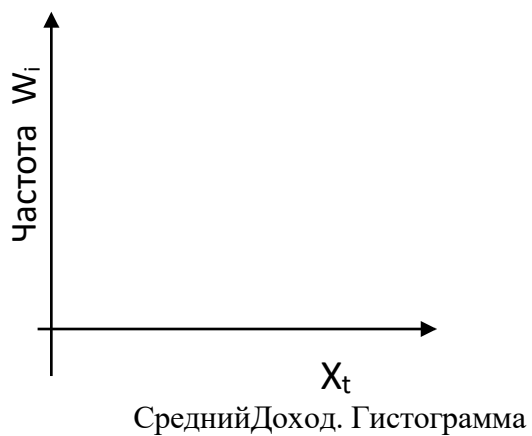
Средний доход для каждого интервала находится либо путем прибавление $\frac{1}{2}$ интервала для минимального значения, либо путем вычитания $\frac{1}{2}$ интервала из максимального значения в каждой группе.

Частота находится путем визуального осмотра данных полученных в результате изучения таблицы 1.

$N1/n$ находится путем деления частоты на длину интервала

Все данные заносятся в таблицу 2

4. Затем необходимо построить Полигон и Гистограмму исходя из полученных данных в таблице 2.



Тема 3.2 Моделирование случайных величин

3.2.1 Работа с конспектом

Подготовка теоретического материала конспекта по данной теме.

3.2.2 Творческая работа (подготовка рефератов и докладов по темам)

Темы рефератов и докладов:

«Проверка статистических гипотез»

«Уравнение линейной регрессии».

Требования к написанию творческой работы

Внеаудиторная самостоятельная работа по теории вероятностей и математической статистике – спланированное, организованное и контролируемое мероприятие, выполняемое по тщательно разработанным заданиям преподавателя. Разрабатывая задания, была учтена профильная направленность изучения дисциплины, предельный объем заданий, оптимальные затраты времени на их выполнение, типичные ошибки при выполнении различных видов работ, причины их возникновения и способы устранения, вариативность заданий, уровень обученности студентов, особенности и способности обучающихся.

1. Студенческая творческая работа — самостоятельное творческое исследование по избранной теме должно начинаться с обоснования выбранной темы и личного отношения к ней (чем тема привлекает, в чем ее актуальность).

2. Содержание работы должно сочетать как теоретический, так и практический материал (важен подбор наглядного материала).

3. Работа должна быть аккуратно оформлена (напечатана на компьютере и размещена в папке).

4. Титульный лист должен быть составлен по образцу (он первый, но не нумеруется), приложение 1.

5. Все следующие страницы надо пронумеровать. Цифры ставят в середине нижнего поля страницы.

6. На второй странице должно быть напечатано содержание работы (план, для доклада можно простой: введение, основная часть, заключение, список литературы, примерный план для реферата: введение, глава 1, глава 2, ..., заключение, список литературы), приложение 2.

7. В конце работы следует включить отдельную страницу со списком использованной литературы, составленным в алфавитном порядке: Ф.И.О. автора, название книги (статьи), и место и название издательства, год издания. При использовании Интернет ресурсов следует указать название сайта.

8. Если в тексте работы встречаются цитаты, то внизу страницы следует в сносках указать Ф.И.О. автора, название книги, место, года издания, страницу, на которой встречается цитата.

9. Ко всем иллюстрациям следует дать пояснения.

10. Общий объем творческой работы—5-10 страниц, формат—А4, интервал—одинарный или полуторный, шрифт Times New Roman —12 или 14 размер.

Требования к выполнению индивидуальных заданий

Для более эффективной работы с данным пособием, необходимо очень внимательно изучить все возможные инструкции, затем вдумчиво прочитать задания и критерии оценки. Требуется четко по инструкции выполнить вариант задания, выданного преподавателем. Успешно защитить работу у преподавателя и получить заслуженную оценку.

Студенту, выполняющему индивидуальное задание необходимо:

1. Изучить теоретические сведения и примеры выполнения из лекционного материала или книг предложенного списка литературы.
2. Оформить выполненное задание в тетради для самостоятельных работ студента. Запись должна содержать: дату, номер и название раздела и темы, условие задания, решение с промежуточными выкладками, полный ответ, проверку, если необходимо.
3. Сдать работу преподавателю не позднее одной недели после получения задания.

Контроль результатов самостоятельной работы студентов

Обязанность контроля своевременности и качества выполнения аудиторной и, особенно, внеаудиторной СРС — это соотношение достигнутых студентами результатов в ходе самостоятельной работы с запланированными целями обучения. Его основная цель состоит в выявлении достижений, успехов студентов, в определении путей их совершенствования, углубления знаний, умений, с тем, чтобы создавались условия для последующего включения студентов в активную самостоятельную творческую деятельность.

Эта цель, в первую очередь, связана с определением качества усвоения студентами учебного материала в рамках требований ФГОС СПО. Во-вторых, конкретизация основной цели контроля СРС связана с обучением студентов приемам взаимоконтроля и самоконтроля, формированием потребности в самоконтроле. В-третьих, эта цель предполагает воспитание у студентов таких качеств личности, как ответственность за выполнение самостоятельной работы, проявление инициативы.

В качестве форм и методов контроля используются:

- зачеты,
- контрольные работы,
- взаимопроверки учебно-творческими группами,
- защита творческих работ,
- защита индивидуальных заданий.

Методические рекомендации по написанию доклада, информационного сообщения

Подготовка информационного сообщения – это вид ВСП по подготовке небольшого по объёму устного сообщения для озвучивания на семинаре, практическом занятии. Сообщаемая информация носит характер уточнения или обобщения, несёт новизну, отражает современный взгляд по определённым проблемам.

Сообщение отличается от докладов и рефератов не только объёмом информации, но и её характером – сообщения дополняют изучаемый вопрос фактическими или статистическими материалами. Оформляется задание письменно, оно может включать элементы наглядности (иллюстрации, демонстрацию).

Регламент времени на озвучивание сообщения – до 5 мин.

Роль преподавателя:

- определить тему и цель сообщения;
- определить место и сроки подготовки сообщения;
- оказать консультативную помощь при формировании структуры сообщения;
- рекомендовать базовую и дополнительную литературу по теме сообщения;
- оценить сообщение в контексте занятия.

Структура. Сообщение, доклад должны иметь определённую структуру:

- **Введение**
Введение содержит мотивацию и актуальность выбранной темы, цель написания сообщения, доклада
- **Основное содержание**
Тема раскрывается на 2-3 страницах. Материал содержит различные точки зрения на излагаемую тему. Материал разбивается на смысловые части. Каждая часть заканчивается выводом
- **Заключение**
В заключение автор выражает своё отношение к теме. Вывод не должен противоречить выводам каждой части

- Список используемой литературы

Требования к подготовке сообщений, докладов

1. Выбрать тему сообщения, доклада. Она должна быть актуальной, проблемной, конкретно сформулированной
2. Составить план сообщений, докладов.
3. Подобрать литературу по выбранной теме. Сделать все необходимые выписки.

- источников должно быть не меньше 3-х
- прочитать текст, разбить его смысловые на части, выделить непонятные слова, найти их значение
- сделать необходимые выписки

4. Написать сообщение, доклад

Защита сообщений, докладов

1. Выступление не должно быть больше 7 минут. Автор называет тему сообщения, доклада и объясняет свой выбор и актуальность темы. Далее кратко характеризуются использованные источники. Затем кратко излагаются основные идеи работы и выводы. В ходе выступления обязательно высказывается своё аргументированное мнение
2. Слушатели задают вопросы. Отвечать нужно кратко, корректно и чётко
3. Заключительное слово автора

Критерии оценки:

- актуальность темы;
- соответствие содержания теме;
- глубина проработки материала;
- грамотность и полнота использования источников;
- наличие элементов наглядности.

Оценка «5» (отлично) выставляется, при актуальности темы; соответствии содержания теме; глубокой проработки материала; грамотность и полнота использования источников; наличие элементов наглядности. Обучающийся четко и ясно озвучивает сообщение, а не зачитывает.

Оценка «4» (хорошо) выставляется, при актуальности темы; соответствии содержания теме; грамотность и полнота использования источников; отсутствия элементов наглядности. Обучающийся четко зачитывает сообщение.

Оценка «3» (удовлетворительно) выставляется, если сообщение не вполне соответствует содержанию темы; отсутствуют элементы наглядности. Обучающийся монотонно зачитывает сообщение.

Оценка «2» (неудовлетворительно) выставляется, если сообщение не соответствует теме, отсутствуют элементы наглядности. Обучающийся монотонно зачитывает сообщение

2.3 Методические рекомендации по работе с ИНТЕРНЕТ-РЕСУРСАМИ (для подготовки сообщений, докладов)

Среди Интернет-ресурсов, наиболее часто используемых обучающимися в самостоятельной работе, следует отметить электронные библиотеки, образовательные порталы, тематические сайты, библиографические базы данных, сайты периодических изданий. Для эффективного поиска в WWW обучающийся должен уметь и знать:

- чётко определять свои информационные потребности, необходимую ретроспективу информации, круг поисковых серверов, более качественно индексирующих нужную информацию,
- правильно формулировать критерии поиска;
- определять и разделять размещённую в сети Интернет информацию на три основные группы: справочная (электронные библиотеки и энциклопедии), научная (тексты книг, материалы газет и журналов) и учебная (методические разработки, рефераты);
- давать оценку качества представленной информации, отделить действительно важные сведения от информационного шума;
- давать оценки достоверности информации на основе различных признаков, по внешнему виду сайта, характеру подачи информации, её организации;
- уметь анализировать информацию, определять её внутреннюю непротиворечивость.

Запрещена передача другим пользователям информации, представляющей коммерческую или государственную тайну, распространять информацию, порочащую честь и достоинство граждан. Правовые отношения регулируются Законом «Об информации, информатизации и защите информации», Законом «О государственной тайне», Законом «Об авторском праве и смежных правах», статьями Конституции об охране личной тайны, статьями Гражданского кодекса и статьями Уголовного кодекса о преступлениях в сфере компьютерной информации.

При работе с Интернет-ресурсами обращайтесь внимание на источник: оригинальный авторский материал, реферативное сообщение по материалам других публикаций, студенческая учебная работа (реферат, курсовая, дипломная и др.). Оригинальные авторские материалы, как правило, публикуются на специализированных тематических сайтах или в библиотеках, у них указывается автор, его данные. Выполнены такие работы последовательно в научном или научно-популярном стиле. Это могут быть научные статьи, тезисы, учебники, монографии, диссертации, тексты лекций. На основе таких работ на некоторых сайтах размещаются рефераты или обзоры. Обычно они не имеют автора, редко указываются источники реферирования. Сами сайты посвящены разнообразной тематике. К таким работам стоит относиться критически, как и к сайтам, где размещаются учебные студенческие работы. Качество этих работ очень низкое, поэтому сначала подумайте, оцените ресурс, а уже потом им пользуйтесь. В остальном с интернет-источниками можно работать как с обычной печатной литературой. Интернет – это ещё и огромная библиотека, где вы можете найти практически любой художественный текст. В интернете огромное количество словарей и энциклопедий, использование которых приветствуется.

2.4.Методические рекомендации по составлению презентаций

Требования к презентации.

На первом слайде размещается:

-название презентации;

-автор: ФИО, группа, название учебного учреждения (соавторы указываются в алфавитном порядке);

-год.

На втором слайде указывается содержание работы, которое лучше оформить в виде гиперссылок (для интерактивности презентации).

На последнем слайде указывается список используемой литературы в соответствии с требованиями, интернет-ресурсы указываются в последнюю очередь.

Оформление слайдов

Стиль	необходимо соблюдать единый стиль оформления; нужно избегать стилей, которые будут отвлекать от самой презентации; вспомогательная информация (управляющие кнопки) не должны преобладать над основной информацией (текст, рисунки)
Фон	для фона выбираются более холодные тона (синий или зеленый)
Использование цвета	на одном слайде рекомендуется использовать не более трех цветов: один для фона, один для заголовков, один для текста; для фона и текста используются контрастные цвета; особое внимание следует обратить на цвет гиперссылок (до и после использования)
Анимационные эффекты	нужно использовать возможности компьютерной анимации для представления информации на слайде; не стоит злоупотреблять различными анимационными эффектами; анимационные эффекты не должны отвлекать внимание от содержания информации на слайде

Представление информации

Содержание информации	следует использовать короткие слова и предложения; время глаголов должно быть везде одинаковым; следует использовать минимум предлогов, наречий, прилагательных; заголовки должны привлекать внимание аудитории
Расположение информации на странице	предпочтительно горизонтальное расположение информации; наиболее важная информация должна располагаться в центре экрана; если на слайде располагается картинка, надпись должна располагаться под ней.
Шрифты	для заголовков не менее 24;

	<p>для остальной информации не менее 18;</p> <p>шрифты без засечек легче читать с большого расстояния;</p> <p>нельзя смешивать разные типы шрифтов в одной презентации;</p> <p>для выделения информации следует использовать жирный шрифт, курсив или подчеркивание того же типа;</p> <p>нельзя злоупотреблять прописными буквами (они читаются хуже, чем строчные).</p>
Способы выделения информации	<p>Следует использовать: рамки, границы, заливку разные цвета шрифтов, штриховку, стрелки</p> <p>рисунки, диаграммы, схемы для иллюстрации наиболее важных фактов</p>
Объем информации	<p>не стоит заполнять один слайд слишком большим объемом информации: люди могут одновременно запомнить не более трех фактов, выводов, определений.</p> <p>Наибольшая эффективность достигается тогда, когда ключевые пункты отражаются по одному на каждом отдельном слайде.</p>
Виды слайдов	<p>Для обеспечения разнообразия следует использовать разные виды слайдов: с текстом, с таблицами, с диаграммами.</p>

